

No.9

Q

自動制御の周波数伝達関数の問題で、「分母の実数部が0になると、位相が90°遅れる」とありますが、なぜそうなるのかわかりません。

A

複素数のベクトル表示で考えるとわかりやすいと思います。
大ききさ1の複素数のベクトル表示は、図6のようになります。

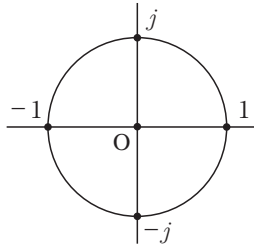


図6 複素数のベクトル表示

仮に、周波数伝達関数のベクトルを、

$$\dot{A} = \frac{1}{a+jb}$$

とすると、実数部が0のときは、次のようになります。

$$\dot{A} = \frac{1}{0+jb} = \frac{1}{jb} = -j \frac{1}{b}$$

したがって、解に $-j$ が付いていますから、90°遅れとなりますね。

いろいろなパターンの問題が出たときには、分母を有理化します。

$$\dot{A} = \frac{1}{a+jb} = \frac{(a-jb)}{(a+jb)(a-jb)} = \frac{a}{a^2+b^2} - j \frac{b}{a^2+b^2}$$

この複素数を図に描くと、位相の遅れや進み、角度の大きさの関係がわかります。ちなみに角度 θ [°]は、次のようになります。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-\frac{b}{a^2+b^2}}{\frac{a}{a^2+b^2}} = \tan^{-1} \left(-\frac{b}{a} \right) [^\circ]$$